# PART4　２次不等式（$x$軸と接する，共有点をもたない）

**例題**

(1)　次の２次不等式を解け。

(i)　$(x-2)^2>0$　　(ii)　$(x-2)^2\geqq 0$

(iii)　$(x-2)^2<0$　　(iv)　$(x-2)^2\leqq 0$

(2)　次の２次不等式を解け。

(i)　$x^2-2x+3<0$　　(ii)　$2x^2+5x+4\geqq 0$

**Point Pickup**

**練習**

次の２次不等式を解け。

(1)　$4x^2+4x+1>0$

(2)　$-x^2+6x-9\geqq 0$

(3)　$x^2-2x+5>0$

(4)　$-x^2-x-1\geqq 0$

# 第 7 講　PART4　確認問題

**1** 次の2次不等式の解を①～⑥から選べ。 ア

$9x^2-6x+1>0$

① $x=-\dfrac{1}{3}$ 以外のすべての実数

② $x=\dfrac{1}{3}$ 以外のすべての実数

③ $x=-4$

④ $x=4$

⑤ すべての実数

⑥ 解はない

**2** 次の2次不等式の解を①～⑥から選べ。 イ

$-x^2+8x-16\geqq 0$

① $x=-\dfrac{1}{3}$ 以外のすべての実数

② $x=\dfrac{1}{3}$ 以外のすべての実数

③ $x=-4$

④ $x=4$

⑤ すべての実数

⑥ 解はない

**3** 次の 2 次不等式の解を①～⑥から選べ。 ウ

$-x^2+3x-6 \geqq 0$

① $x=-\dfrac{3}{2}$ 以外のすべての実数

② $x=\dfrac{3}{2}$ 以外のすべての実数

③ $x=\dfrac{-3\pm\sqrt{15}}{2}$

④ $x=\dfrac{3\pm\sqrt{15}}{2}$

⑤ すべての実数

⑥ 解はない

**4** 次の 2 次不等式の解を①～⑥から選べ。 エ

$x^2+5x+7>0$

① $x=-\dfrac{5}{2}$ 以外のすべての実数

② $x=\dfrac{5}{2}$ 以外のすべての実数

③ $x=\dfrac{-5\pm\sqrt{3}}{2}$

④ $x=\dfrac{5\pm\sqrt{3}}{2}$

⑤ すべての実数

⑥ 解はない

# PART4　2 次不等式（$x$ 軸と接する，共有点をもたない）

**例題**

(1)　次の 2 次不等式を解け。

(i)　$(x-2)^2>0$　　(ii)　$(x-2)^2\geqq 0$

(iii)　$(x-2)^2<0$　　(iv)　$(x-2)^2\leqq 0$

(2)　次の 2 次不等式を解け。

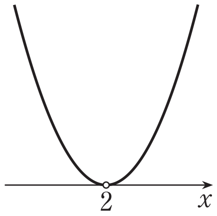
(i)　$x^2-2x+3<0$　　(ii)　$2x^2+5x+4\geqq 0$

(1)(i)　2 以外のすべての実数　　(ii)　すべての実数

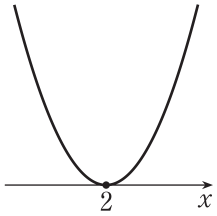
(iii)　解はない　　(iv)　$x=2$

（参考図）

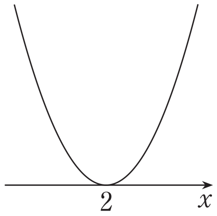
(i)



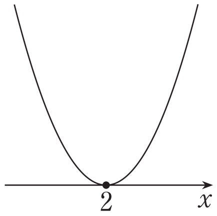

(ii)




(iii)




(iv)



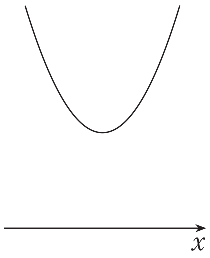

(2)(i)　2 次方程式 $x^2-2x+3=0$ の判別式を $D$ とすると

$$\frac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot 3=-2<0$$

$x^2$ の係数は正であるから，不等式の解は ない

（別解）　$x^2-2x+3=(x-1)^2+2>0$

よって，不等式の解は ない



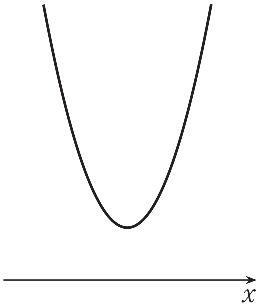
(ii)　2 次方程式 $2x^2+5x+4=0$ の判別式を $D$ とすると

$$D=5^2-4\cdot2\cdot4=-7<0$$

$x^2$ の係数は正であるから，不等式の解は すべての実数

（別解）　$2x^2+5x+4=2\left(x+\frac{5}{4}\right)^2+\frac{7}{8}>0$

よって，不等式の解は すべての実数




**練習**

次の 2 次不等式を解け。

(1)　$4x^2+4x+1>0$　　(2)　$-x^2+6x-9\geqq0$

(3)　$x^2-2x+5>0$　　(4)　$-x^2-x-1\geqq0$

(1)　$4x^2+4x+1>0$ より $(2x+1)^2>0$　　よって $x=-\frac{1}{2}$ 以外のすべての実数

(2)　$-x^2+6x-9\geqq0$ より $x^2-6x+9\leqq0$　　$(x-3)^2\leqq0$　よって $x=3$

(3)　$x^2-2x+5=0$ の判別式を $D$ とすると $\frac{D}{4}=(-1)^2-1\cdot5=-4<0$

$x^2$ の係数は正であるから，不等式の解は すべての実数

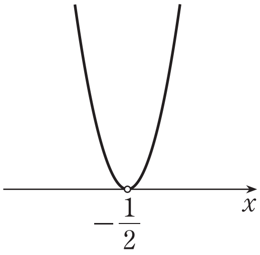
(4)　$-x^2-x-1\geqq0$ より $x^2+x+1\leqq0$

$x^2+x+1=0$ の判別式を $D$ とすると　$D=1^2-4\cdot1\cdot1=-3<0$

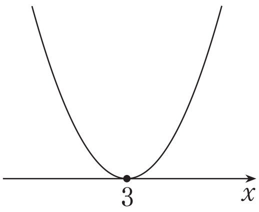
$x^2$ の係数は正であるから，不等式 $x^2+x+1\leqq0$ すなわち $-x^2-x-1\geqq0$ の 解は　ない

（参考図）

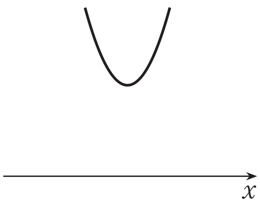
(1)



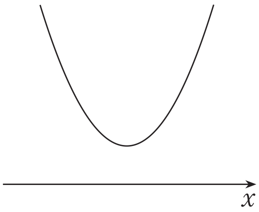

(2)




(3)




(4)



# 第７講　PART4　確認問題 解答

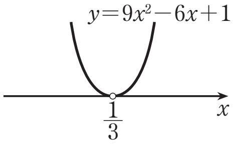
## 1

**[正解]** ア：②

**[解説]**

$9x^2-6x+1>0$ より $(3x-1)^2>0$

よって，$x=\dfrac{1}{3}$ **以外のすべての実数。** [A]




[A] 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が重解 $x=\alpha$ をもつとき，$a>0$ とすると $ax^2+bx+c>0$ の解は $\alpha$ 以外のすべての実数

## 2

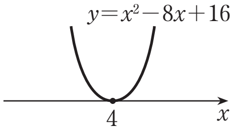
**[正解]** イ：④

**[解説]**

$-x^2+8x-16\geqq 0$ より $x^2-8x+16\leqq 0$

$(x-4)^2\leqq 0$

よって　$x=4$ [B]




[B] 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が重解 $x=\alpha$ をもつとき，$a>0$ とすると $ax^2+bx+c\leqq 0$ の解は $x=\alpha$

## 3

**[正解]** ウ：⑥

**[解説]**

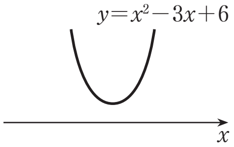
$-x^2+3x-6\geqq 0$ より $x^2-3x+6\leqq 0$

$x^2-3x+6=0$ の判別式を $D$ とすると

$$D=(-3)^2-4\cdot 1\cdot 6=9-24=-15<0$$

$x^2$ の係数は正であるから，不等式 $x^2-3x+6\leqq 0$ の解はない。

すなわち $-x^2+3x-6\geqq 0$ の**解はない。** [C]




[C] 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が実数解をもたないとき，$a>0$ とすると $ax^2+bx+c\leqq 0$ の解はない

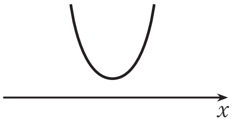
**4** **[正解]** エ：⑤

**[解説]**

$x^2+5x+7=0$ の判別式を $D$ とすると

$$D=5^2-4\cdot1\cdot7=25-28=-3<0$$

よって，不等式 $x^2+5x+7>0$ の解は**すべての実数**。




[D]

[D]　2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ が実数解をもたないとき，$a>0$ とすると $ax^2+bx+c>0$ の解はすべての実数